**ДИФФЕРЕНЦИРУЕМОСТЬ СЛОЖНОЙ ФУНКЦИИ**

Рассмотрим сложную функцию   
**Теорема**: Пусть функции дифференцируемы в точке и дифференцируема в точке тогда сложная функция дифференцируема в точке  
**Доказательство**: Дадим аргументам u,v произвольные приращения Δu, Δv в точке Функции получат приращения Δx, Δy, которые в силу дифференцируемости можно представить  
 ,   
   
Приращениям соответствует приращение в точке которое в силу дифференцируемости можно представить в виде ,   
Подставив в него предыдущие равенства получим   
   
 числа, а   
   
   
   
Это обозначает, что дифференцируема. Кроме того, получаются формулы производных сложной функции  
   
   
Более компактно:  
 и

Пример  
   
 ,   
В частном случае z=f(x,y), где y=y(x), т.е. z=f(x,y(x)) имеем . Это формула полной производной.

Пример

**ЧАСТНЫЕ ПРОИЗВОДНЫЕ И ДИФФЕРЕНЦИАЛЫ ВЫСШИХ ПОРЯДКОВ**

Если функция z=f(M) имеет частную производную в некоторой окрестности точки M, то ее можно рассматривать как функцию от x1, … , xn.  
**Определение**: Если функция имеет частную производную в точке М по переменной х1, т.е. существует то её называют второй частной производной или частной производной второго порядка. Обозначают   
Если k≠i, то частная производная называется смешанной.  
аналогично определяются частные производные 3-го, 4-го и т.д. порядков  
Пример:  
Найти частные производные второго порядка функции

Полученный результат обобщим в теореме.  
**Теорема**: Если в некоторой окрестности точки функция z=f(x,y) имеет смешанные частные производные , и они непрерывны в этой точке, то   
**Определение**: Функция z=f(M) называется дважды дифференцируемой в точке М, если она дифференцируема в некоторой окрестности точки M и все ее производные 1-го порядка дифференцируемы в самой точке M.  
**Замечание**: При определении дифференцируемости n-го порядка необходимо требовать дифференцируемость функции и ее частных производных до n − 2-го порядка в некоторой окрестности точки M.

**ДИФФЕРЕНЦИАЛЫ ВЫСШИХ ПОРЯДКОВ**

Рассмотрим функцию z=f(x,y) – дважды дифференцируема в точке . Рассмотрим , который является функцией четырех переменных x,y,dx,dy. Будем считать dx,dy фиксированнными.  
**Определение**: Дифференциал второго порядка функции z = f (x, y) в точке M называется дифференциал от первого дифференциала dz при условиях:   
 • dz − функция только от x y,   
 • при вычислении дифференциалов от приращения независимых переменных х,у берутся  
 такими же как в dz-dx,dy

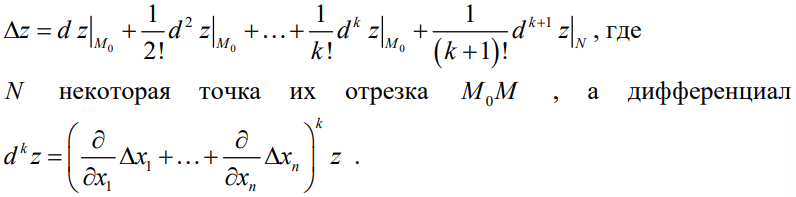
Вычислим   
*Изображение выглядит как текст

Автоматически созданное описание*  
Аналогично можно получить формулу для дифференциала третьего порядка.  
Если обозначить оператор дифференциала , a и т.д.  
То можно записать   
Отметим, что полученные формулы справедливы лишь для независимых х и у.

**ФОРМУЛА ТЕЙЛОРА**

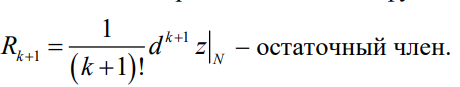
Изученную ранее формулу Тейлора для функции одной переменной y=F(t) в окрестности точки t=t0

можно переписать с использованием дифференциалов.  
Пусть и t-t0 , то обозначив F(t)-F(t0)= *,* получим  
 (выглядит как Изображение выглядит как текст, часы, антенна, датчик

Автоматически созданное описание)  
Для функции многих переменных имеет место аналогичная формула  
**Теорема**: Если функция z=f(x1, ... , xn) k +1 раз дифференцируема в окрестности точки M0 , то для любой точки из этой окрестности приращение функции можно представить в виде  
**  
я не знаю как эту палку вонючую нормально сделать поэтому пока так

Эту формулу называют формулой Тейлора для функции z=f(M)  c центром разложения в точке М0.

**Следствие**: При n = 0 получается формула Лагранжа конечных приращений для функции многих переменных  
Изображение выглядит как текст

Автоматически созданное описание  
**Следствие**: Формулу Тейлора можно записать через производные  
   
Здесь – многочлен от , все частные производные до k-го порядка которого в точке M0 совпадают с соответствующими частными производными функции   
Замечание: остаточные член может быть записан в форме Пано , где p=p(M0,M).  
  
Изображение выглядит как текст

Автоматически созданное описание